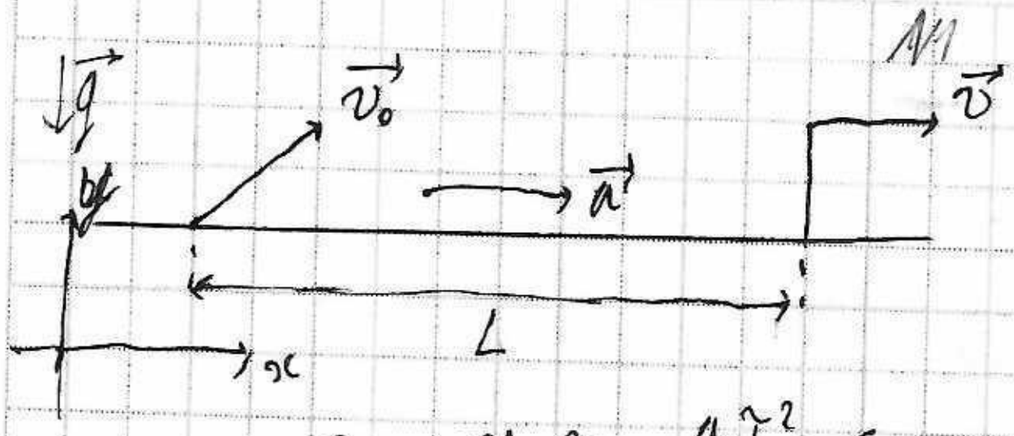
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 2

№1



Дано: $t = 0{,}8\ c$; $L = 6{,}4\ м$; $g = 10\frac{м}{с^2}$; $v_y = 0$

Ox: $v_{0x}t + \frac{at^2}{2} = S$. $v_{0x}t + \frac{at^2}{2} = L$; $a = \frac{-2v_{0x}t + 2L}{t^2} = \frac{2L}{t^2} - \frac{2v_{0x}}{t}$

Oy: $v_y = v_{0y} - gt$; $v_{0y} = gt + v_y = gt$,

$v_0 = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2} = v$. $v = v_{0x} + at$

$\sqrt{v_{0y}^2 + v_{0x}^2} = v_{0x} + at$; $v_{0y}^2 + v_{0x}^2 = v_{0x}^2 + 2v_{0x}at + a^2t^2$; $g^2t^2 = 2v_{0x}\left(\frac{2L}{t} - 2v_{0x}\right) + \frac{(2L - 2v_{0x}t)^2}{t^4} \cdot t^2$

$\frac{4v_{0x}L}{t} - 4v_{0x}^2 + \frac{4L^2 - 8v_{0x}tL + 4v_{0x}^2t^2}{t^2} = g^2t^2$; ~~$8v_{0x}^2 + 4\frac{L}{t}v_{0x} +$~~ $g^2t^2 = -4v_{0x}\frac{L}{t} + \frac{4L^2}{t^2}$

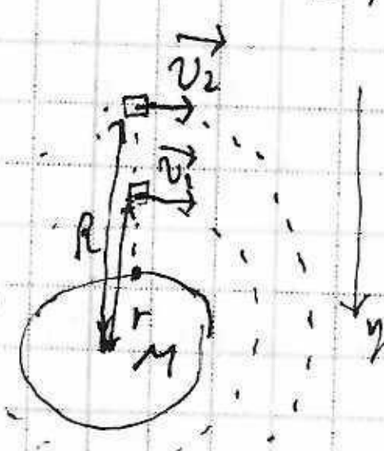
$4v_{0x} = \frac{4L}{t} - \frac{g^2t^3}{L}$; $v_{0x} = \frac{L}{t} - \frac{g^2t^3}{4L}$; $v_0 = \sqrt{(gt)^2 + \left(\frac{L}{t} - \frac{g^2t^3}{4L}\right)^2}$; $v_0 = \sqrt{100\frac{м^2}{с^4} \cdot 0{,}64\,с^2 + \left(\frac{6{,}4\,м}{0{,}8\,с} - \frac{100\frac{м^2}{с^4} \cdot 0{,}8\,с}{25{,}6\,м}\right)^2}$

$= \sqrt{64 + (8-2)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10\frac{м}{с}$

$a = \frac{2L}{t^2} - \frac{\frac{2L}{t} - \frac{2g^2t^3}{4L}}{t} = \frac{2L}{t^2} - \frac{2L}{t^2} + \frac{2g^2t^2}{2L} = \frac{g^2t^2}{2L}$; $a = \frac{100\frac{м^2}{с^4} \cdot 0{,}64\,с^2}{2 \cdot 6{,}4\,м} = 5\frac{м}{с^2}$

Ответ: $v_0 = 10\frac{м}{с}$; $a = 5\frac{м}{с^2}$

№2



$T_2 = 2T_1 = T$

$l - ?$

$v_1 = \frac{2\pi r}{\frac{1}{2}T}$; $a_1 = \frac{v_1^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{\frac{1}{4}T^2}$; $\sum \vec{F} = \vec{a}m$. $a_1 m_1 = F_1$; $m_1\frac{4\pi^2 r}{\frac{1}{4}T^2} = G\frac{Mm_1}{r^2}$

$M = \frac{4\pi^2 r^3}{\frac{1}{4}GT^2}$; $v_2 = \frac{2\pi R}{T}$; $a_2 = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$; $a_2 m_2 = F_2$; $\frac{4\pi^2 R}{T^2}m_2 = G\frac{Mm_2}{R^2}$;

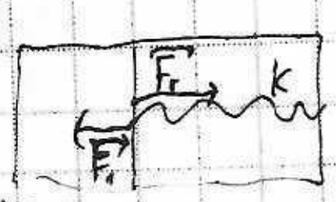
$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = G\frac{16\pi^2 r^3}{T^2 R^2}$; $R^3 = 4r^3$; $R = r\sqrt[3]{4}$; $l = R - r = r(\sqrt[3]{4} - 1)$

Ответ: $l = r(\sqrt[3]{4} - 1)$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№4

$pV=\nu RT$

С.1: 

$\vec{F}_г=\vec{F}_1$; $F_г=pS$; $F_1=k\Delta L$; $k\Delta L=pS|\cdot\Delta L$; $k\Delta L^2=pV$;

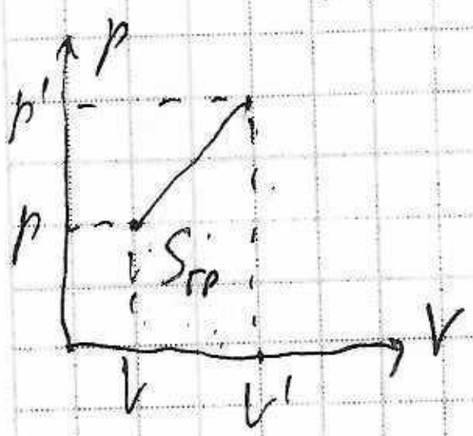
$k\Delta L^2=\nu RT_1$

С.2: 

$\vec{F}_{г2}=\vec{F}_2$; $F_{г2}=p'S$; $F_2=3k\Delta L$; $3k\Delta L=p'S|\cdot 3\Delta L$; $9k\Delta L^2=p'V'$;

$9k\Delta L^2=\nu RT_2$

$\Delta U=Q-A$; $A=Q-\Delta U=Q-\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=Q-\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)=Q-\frac{3}{2}(9k\Delta L^2-k\Delta L^2)=Q-12k\Delta L^2$



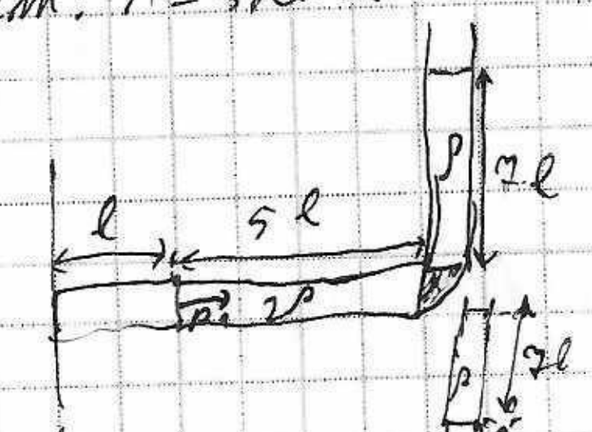
$A=S_{тр}=\frac{(p'+p)}{2}(V'-V)=\left(\frac{3k\Delta L}{S}+\frac{k\Delta L}{S}\right)\frac{1}{2}(3\Delta LS-\Delta LS)=\frac{2k\Delta L}{S}\cdot 2\Delta LS=4k\Delta L^2$

$4k\Delta L^2=Q$ $A=Q-3A$; $A=\frac{Q}{4}$

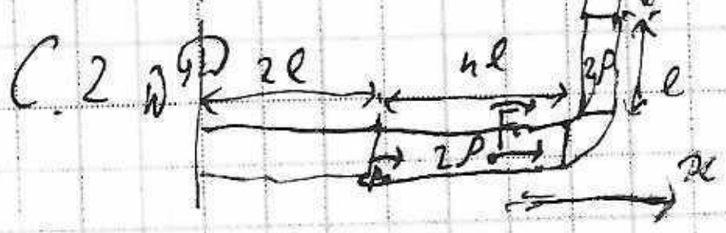
$A=\frac{12кДж}{4}=3кДж$

Ответ: $A=3кДж$

№5

С.1: 

$p_1=\frac{7\ell Sp\cdot g}{S}=7\ell\rho g$

С.2: 

$\frac{p_1}{p_2}=\frac{V_1}{V_2}$ ($T=const$) $\frac{p_1}{p_2}=\frac{2\ell S}{\ell S}=2$; $p_2=\frac{p_1}{2}=3{,}5\ell\rho g$

$p_2+\frac{F}{S}=\frac{7\ell Sp g+\ell S2\rho g}{S}$; $\sum\vec{F}=\vec{a}m$; $F=a\cdot 4\ell S\cdot 2\rho$; $a=\omega^2R=\omega^2(2\ell+4\ell)=6\omega^2\ell$

$=\omega^2\left(2\ell+\frac{4\ell}{2}\right)=4\ell\omega^2$; $F=4\ell\omega^2\cdot 4\ell S\cdot 2\rho=32\ell^2\omega^2\rho S$

$3{,}5\ell\rho g+32\ell^2\omega^2\rho=9\ell\rho g$; $32\ell^2\omega^2\rho=5{,}5\ell\rho g$; $\omega^2=\frac{11g}{64\ell}$; $\omega=\sqrt{\frac{11g}{64\ell}}$

Ответ: $\omega=\sqrt{\frac{11g}{64\ell}}$

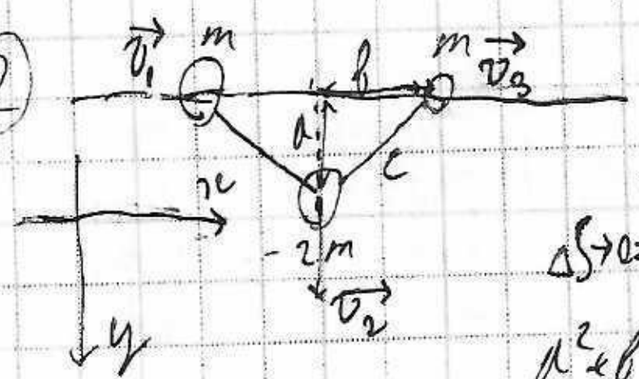
№6

(1) 

$v=v_1=v_3$ (из симметрии)

СЗЭ: $4mgh=2mgh+\frac{2mv^2}{2}+\frac{2mv_2^2}{2}$; $2mgh=mv^2+mv_2^2$

$v^2+v_2^2=2gh$

(2) 

$\Delta S\to 0\Rightarrow\Delta t\to 0$. $c^2=a^2+b^2=(b-\Delta S_x)^2+(a+\Delta S_y)^2$; $a^2+b^2=(b-v\Delta t)^2+(a+v_2\Delta t)^2$

$a^2+b^2=b^2-2bv\Delta t+v^2\Delta t^2+a^2+2av_2\Delta t+v_2^2\Delta t^2$; $-2bv\Delta t+2av_2\Delta t+\Delta S_x^2+\Delta S_y^2\to 0$

$av_2=bv$; $a=h$; $b=\sqrt{\ell^2-h^2}$

$v_2=\frac{v\sqrt{\ell^2-h^2}}{h}$ $v^2+v_2^2=2gh$; $v^2+\frac{v^2(\ell^2-h^2)}{h^2}=2gh$; $v^2\left(\frac{h^2+\ell^2-h^2}{h^2}\right)=2gh$; $v^2=\frac{2gh\cdot h^2}{\ell^2}$; $v=\frac{2h}{\ell}\sqrt{2gh}$

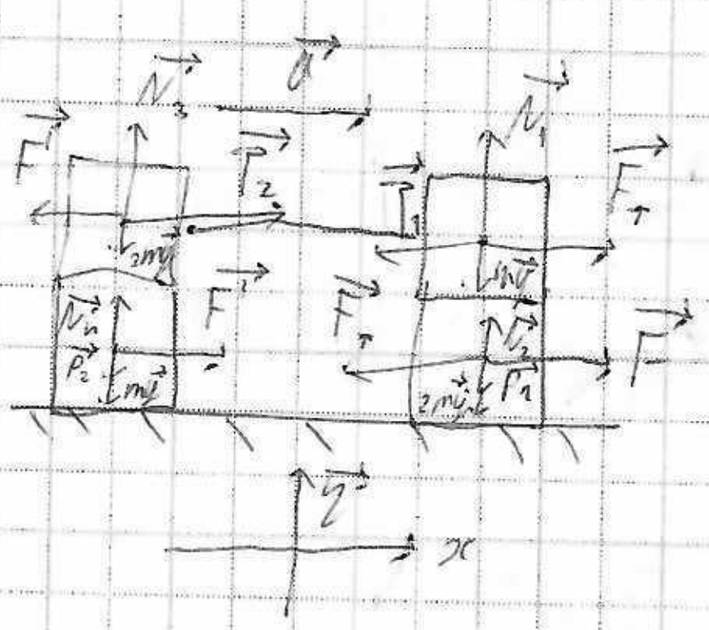
olymp.bmstu.ru

$v = \frac{2h\sqrt{2gh}}{\ell}$; $v_2 = \frac{2h\sqrt{2gh}\sqrt{\frac{\ell^2}{4} - h^2}}{\ell h} = \frac{\sqrt{2gh}\sqrt{\ell^2 - 4h^2}}{\ell} = \frac{\sqrt{2gh\ell^2 - 8gh^3}}{\ell} = \sqrt{2gh - \frac{8gh^3}{\ell^2}}$

$v = \frac{2 \cdot 0{,}45м\sqrt{2 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 0{,}45м}}{1{,}5м} = 1{,}8\frac{м}{с}$; $v_2 = \sqrt{2 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 0{,}45м - 8 \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot \frac{0{,}45^3 м^3}{1{,}5^2 м^2}} = \sqrt{9\frac{м^2}{с^2} - 3{,}24\frac{м^2}{с^2}} = 2{,}4\frac{м}{с}$

Ответ: $v = 1{,}8\frac{м}{с}$; $v_2 = 2{,}4\frac{м}{с}$

№3



ЗЗ $\sum \vec{F} = \vec{a}m$

Ox: $F - F_T = 2ma$; $F = 6ma$; $a = \frac{F}{6m}$

$F_T - T = ma$; $F_T = 4ma$

$T - F' = 2ma$; $T = 3ma$

$F' = ma$

т.к. нить невесома и нерастяжима $a = const$,

$T_1 = T_2 = T$

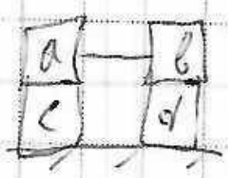
Oy: $P_1 = N_1$; $P_2 = N_3$, ~~$P_4 = mg$~~ ; $N_2 =$

$N_1 - mg = 0$; $N_1 = mg$

$N_2 - F_1 - 2mg = 0$; $N_2 = F_1 + 2mg$; $N_2 = 3mg$

$N_3 - 2mg = 0$; $N_3 = 2mg$

$N_4 - F_2 - mg = 0$; $N_4 = N_3 + mg$; $N_4 = 3mg$



1. Предположим, что нить может порваться и левые кубы туго скреплены, тогда конструкция разрушится, когда $a_d > a_b$. $F - F_{TM} = 2ma$; $F = 6ma + F =$

$F_{TM} = 4ma$; $a = \frac{F_{T.M}}{4m}$

$F_{2M} = N_4 \mu = mg\mu$. $a = \frac{mg\mu}{4m} = \frac{g\mu}{4}$, $F = \frac{3mg\mu}{4} = \frac{3}{2}mg\mu$ – критическая точка.

2. Предположим, что нить может порваться в правом кубе туго скреплены, тогда конструкция разрушится, когда $a_a > a_c$. $F'_M = ma$; $a = \frac{F'_M}{m}$

$T - F'_M = 2ma$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3

$F_m' = \mu_3 \cdot \mu = 2mg\mu$; $a = \frac{2mg\mu}{m} = 2g\mu$. $F = 6ma = 12mg\mu$ - критическая точка

3. Предположим, что правые кубы оторвутся и левые кубы сдвинутся, тогда конструкция разрушится, когда нить порвется ($T = T_0$)

$T = 3ma$; $a = \frac{T_0}{3m}$; $F = 6ma = 2T_0$ - критическая точка

1. $F = \frac{3}{2} mg\mu$; $F = \frac{3}{2} \cdot 2кг \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 0{,}5 = 15Н$

2. $F = 12mg\mu$; $F = 12 \cdot 2кг \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot 0{,}5 = 120Н$

3. $F = 2T_0 = 20Н$

$\Rightarrow$ при $F_3 15Н$ конструкция разрушится.

С 14с по 18с конструкция будет в критическом состоянии, а в 18с $F > 15Н \Rightarrow$ произойдет разрушение

Ответ: 18с

№ С.3.

$4Al + 3O_2 \xrightarrow{\nu_2 \quad \nu_1} 2Al_2O_3$; $\nu_2 = \frac{4}{3}\nu_1$; $m_a = \nu_2 \cdot \mu_a$; $\nu_1 = \frac{\frac{1}{2}m_к}{\mu_{O_2}}$

$m_a = \mu_a \frac{4}{3} \cdot \frac{m_к}{2\mu_{O_2}}$; $m_a = 27 \cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{0{,}72 \cdot 10^{-3} кг}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}\frac{кг}{моль}} \approx 0{,}405 \cdot 10^{-3} кг$

Дано: $T_c = 2300к$, $C_к = 1000\frac{Дж}{к \cdot к}$, $C_a = 1200\frac{Дж}{кг \cdot к}$, $E_д = 4{,}5 \cdot 10^{6}\frac{кДж}{моль}$, $m_к = 0{,}72г$, $V = 1литр$, $T = 293к$

$C_{Al_2O_3} = \frac{\frac{3}{2}C_{O_2} + 2C_{Al}}{5}$ $C_0 = 8000\frac{Дж}{кг \cdot к}$. $C_{Al_2O_3} = \frac{\frac{1кг \cdot 16\frac{г}{моль}}{102\frac{г}{моль} \cdot \frac{3}{5}} \cdot C_0 + \frac{1кг \cdot 27\frac{г}{моль}}{102\frac{г}{моль} \cdot \frac{2}{5}} \cdot C_a}{1к} \approx 1105{,}88\frac{Дж}{кг \cdot к}$

$Q = T_c \cdot C_a \cdot (m_a + \frac{m_к}{2}) + T \cdot C_к \frac{m_к}{2} + \frac{m_к}{10 \cdot 0{,}001 \mu_{O_2}} \cdot E_д = (m_a + \frac{m_к}{2}) C_a \cdot T_к + \frac{m_к}{2} \cdot C_к \cdot T_к$

$T_к = \frac{T_c \cdot C_a (m_a + \frac{m_к}{2}) + T \cdot C_к \frac{m_к}{2} + \frac{m_к}{10 \cdot \mu_{O_2}} E_д}{(m_a + \frac{m_к}{2}) C_a + \frac{m_к}{2} \cdot C_к}$

$p_м V = \nu R T_к$; $p_м = \frac{\nu R T_к}{V} = \frac{\left(\frac{m_к}{10 \cdot \mu_O} + \frac{4 m_к}{10 \cdot \mu_{O_2}}\right) R T_к}{V} = \frac{m_к \left(\frac{1}{\mu_O} + \frac{4}{\mu_{O_2}}\right) R \left(T_c C_a (m_a + \frac{m_к}{2}) + T \cdot C_к \frac{m_к}{2} + \frac{m_к}{10\mu_a} E_д\right)}{10V \left((m_a + \frac{m_к}{2}) C_a + \frac{m_к}{2} \cdot C_к\right)}$

$p_м = \frac{0{,}72г \left(\frac{1}{16\frac{г}{моль}} + \frac{4}{32\frac{г}{моль}}\right) 8{,}31\frac{Дж}{моль \cdot к} \left(2300к \cdot 1{,}200\frac{Дж}{кг \cdot к} (0{,}4052 + 0{,}362) + 293к \cdot 1000\frac{Дж}{кг \cdot к} \cdot 0{,}362 + \frac{0{,}0722}{16\frac{г}{моль}} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{6}\frac{кДж}{моль}\right)}{10 \cdot 0{,}001 м^3 \left((0{,}4052 + 0{,}362) \cdot 1{,}200\frac{Дж}{кг \cdot к} + 0{,}362 \cdot 1000\frac{Дж}{кг \cdot к}\right)} =$

$= \frac{1{,}1285 (211{,}4002 + 105{,}48 + 2227{,}5)}{0{,}01 (0{,}918 + 0{,}36)} \approx 390135{,}2Па$

Ответ: $m_a = 0{,}405 \cdot 10^{-3} кг$; $p_м = 390135{,}2Па$

olymp.bmstu.ru